

# Incidencia de la realidad aumentada sobre el estilo cognitivo: caso para el estudio de las matemáticas

Rubén Darío Buitrago-Pulido

Escuela Colombiana de Carreras  
Industriales ECCI, Bogotá (Colombia).  
rubendario\_buitrago@yahoo.com

## Resumen

*Esta investigación analiza la asociación entre el logro de aprendizaje en matemáticas, el estilo cognitivo en la dimensión dependencia-independencia de campo y la realidad aumentada (RA) en un ambiente virtual de aprendizaje. Para cumplir con el objetivo propuesto, se estructuró un estudio cuantitativo de tipo descriptivo-correlacional, con diseño de corte cuasiexperimental con dos grupos: uno experimental y otro de control con pretest y postest no equiparables. En el estudio participaron 83 estudiantes de la Escuela Colombiana de Carreras Industriales (ECCI) de Bogotá, del Programa de Ingeniería Industrial.*

*Los resultados indican que el uso del paradigma de la realidad aumentada, implementada como estrategia de interacción natural con objetos digitales para el aprendizaje de funciones en varias variables, permitió obtener mejores resultados de forma efectiva y significativa en cuanto al logro de aprendizaje en estudiantes que cursaron la unidad didáctica Cálculo Vectorial, cuya tipología en la dimensión DIC es intermedia e independiente.*

## Palabras clave

*Medios educativos; aprendizaje; estadísticas educativas; interacción cultural; enseñanza superior (Fuente: Tesoro de la Unesco).*

Recepción: 2014-02-11 | Envío a pares: 2014-06-24 | Aceptación por pares: 2015-02-09 | Aprobación: 2015-03-09

DOI: [10.5294/edu.2015.18.1.2](https://doi.org/10.5294/edu.2015.18.1.2)

Para citar este artículo / To reference this article / Para citar este artigo

Buitrago-Pulido, R. D. (2015). Incidencia de la realidad aumentada sobre el estilo cognitivo: caso para el estudio de las matemáticas. Educ. Educ. Vol. 18, No. 1, 27-41. DOI: [10.5294/edu.2015.18.1.2](https://doi.org/10.5294/edu.2015.18.1.2)

## The Influence of Augmented Reality on Cognitive Style: A Case for Learning Mathematics

### Abstract

*The association between learning achievement in mathematics, cognitive style in the field dependence/independence dimension (FDI), and augmented reality (RA) in a virtual learning environment is analyzed in this research. A quantitative descriptive/correlational study was structured to that end, with a quasi-experimental design and two groups: one experimental and the other a control group with non-comparable pre and post tests. The study involved 83 students who were majoring in industrial engineering at the Colombian College of Industrial Studies (ECCI) in Bogota. The findings show that use of the augmented reality model, implemented as a strategy for natural interaction with digital objects to learn functions in several variables, made it possible to obtain better results in terms of more effective and significant learning achievement among students who were enrolled in the vector calculus teaching unit, with intermediate and independent typology in the FDI dimension.*

### Keywords

*Educational media, learning, educational statistics, cultural interaction, higher education (UNESCO Thesaurus).*

## **Incidência da realidade aumentada sobre o estilo cognitivo: caso para o estudo da matemática**

### **Resumo**

*Esta pesquisa analisa a associação entre o sucesso na aprendizagem de matemática, o estilo cognitivo na dimensão dependência-independência de campo e a realidade aumentada (RA) em um ambiente virtual de aprendizagem. Para cumprir com o objetivo proposto, estruturou-se um estudo quantitativo de tipo descritivo-correlacional, com desenho de corte quase-experimental com dois grupos: um experimental e outro de controle com pré-teste e pós-teste não comparáveis. Desse estudo, participaram 83 estudantes da Escuela Colombiana de Carreras Industriales (ECCI) de Bogotá, do Programa de Engenharia Industrial.*

*Os resultados indicam que o uso do paradigma da realidade aumentada, implementada como estratégia de interação natural com objetos digitais para a aprendizagem de funções em variáveis, permitiu obter melhores resultados de forma efetiva e significativa com relação ao sucesso de aprendizagem em estudantes que cursaram a unidade didática Cálculo Vetorial, cuja tipologia na dimensão DIC é intermediária e independente.*

### **Palavras chave**

*Meios educativos, aprendizagem, estatísticas educativas, interação cultural, ensino superior (Fonte: Tesouro da Unesco).*

## Introducción

Las matemáticas están presentes en la vida cotidiana, y la razón fundamental de incluirlas en los currículos radica en las habilidades y competencias de carácter genérico o específico que se adquieren con su aprendizaje. Las competencias genéricas son todas las aplicaciones que cualquier profesional puede darles, independientemente de su carrera, mientras que las competencias específicas relacionan todos los saberes propios, según la profesión o disciplina que el egresado tenga. Otra razón por la cual se incluyen en los programas, radica en que las matemáticas son un poderoso medio de comunicación en nuestra cultura, que ofrece conceptualizaciones en muchos campos como el de la medida y lo cuantitativo; asimismo, las matemáticas se pueden observar como una forma de lenguaje que tiene sobre todos los demás lenguajes humanos la enorme ventaja de dirigirse al contenido más abstracto de las ideas y, por tanto, dejar de lado las conjeturas (Villaveces, 2008).

El mundo de las matemáticas, expuesto como saber instrumental y parte integral de nuestra cultura, no es tan atractivo para los estudiantes cuando deben estudiarla rigurosamente en el aula de clase o en entornos educativos basados en la web. Es común encontrar en las instituciones de educación superior (IES) estudiantes que han perdido consecutivamente cursos de matemáticas, desencadenando la deserción, según el Sistema para la Prevención de la Deserción de la Educación Superior (Spadies) y Salcedo, (2010). La justificación a esta problemática tiene varias explicaciones; en primer lugar, las matemáticas no son nada fáciles, puesto que el estudiante debe tener un cúmulo de conocimientos, en los cuales debe apoyarse para construir otros. En segundo lugar, los estudiantes muestran una actitud frente a las matemáticas que no favorece su aprendizaje, diferenciando inicialmente las actitudes hacia las matemáticas y las actitudes matemáticas (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004). Otra de tantas situaciones que incide en la pérdida de las matemáticas está re-

lacionada con la comprobación de un hecho didáctico: muchos procesos de enseñanza no producen aprendizaje (Flores, 1999).

### *Estilo cognitivo en la dimensión dependencia-independencia de campo*

En el contexto educativo se ha usado el término “estilo” para caracterizar las disposiciones que tiene un individuo frente a su forma de aprender, enseñar, comunicarse, usar habilidades cognitivas, mostrar una actitud hacia la consecución de metas, entre otras. En ese sentido, muchos autores han distinguido el estilo por categorías y, a su vez, estas en tipologías para dar explicación a la diversidad de variaciones perdurables en la forma de la actividad humana.

De esta manera, se propone la dimensión dependencia-independencia de campo (DIC) como punto de partida para caracterizar las diferencias individuales en el ejercicio de tareas de percepción vertical (Witkin y Asch, 1948). Estos estudios encontraron que las personas tenían dos tendencias claramente consistentes en el momento de decidir la dirección de la verticalidad. Así, algunos sujetos tenían tendencia a privilegiar claves de tipo visual por paralelismo o verticalidad, mientras que otros ignoraban las claves visuales priorizando información de tipo vestibular (equilibrio y control espacial) relacionada con la dirección de la fuerza de gravedad. Para constatar esta información, Witkin y Asch decidieron separar las experimentaciones así: para analizar el factor de referencia visual, dejando la influencia gravitacional sin modificar, se trabajó con el test del marco y la varilla (Rod and Frame Test-RFT), consistente en ubicar una varilla de manera vertical dentro de un marco inclinado que estaba iluminado; el test de ajuste corporal (Body Adjustment Test-BAT), en el cual las personas debían ubicar la silla en la que ellos estaban sentados en posición vertical, dentro de un cuarto que al parecer estaba inclinado; existió una tercera prueba relacionada con la segunda, consistente en alterar la fuerza de gravedad intro-

duciendo una fuerza centrífuga a la habitación, es decir, la habitación rotaba, mientras el marco visual de referencia permanecía vertical, test de la habitación rotatoria (Rotating Room Test-RRT).

Con estas pruebas se encontró que las mismas personas respondían a las diferentes situaciones con los mismos comportamientos, definiendo así al primer grupo como dependientes de campo, y al segundo como independientes de campo. Para confirmar estos comportamientos nuevamente esas personas fueron sometidas a un test de figuras enmascaradas (Embedded Figures Test-ETF). Los resultados de RFT, BAT y RRT fueron consistentes con el test EFT: las personas dependientes de campo se caracterizaban por tener mayor dificultad a la hora de desenmascarar figuras en contextos perceptuales complejos, concibiendo a la DIC como una dimensión de aptitud perceptivo-analítica que se manifestaría a través de todo el funcionamiento perceptual del individuo (Witkin *et al.*, 1954).

De acuerdo con los estudios realizados, se afirmó que las personas dependientes de campo tienen dificultades a la hora de resolver problemas relacionados con representaciones simbólicas, su enfoque es global, identifican los elementos integrados en su entorno y no muestran una tendencia a estructurar campos con organizaciones claras; mientras los independientes de campo tienen un enfoque articulado, identifican los elementos como separados de su entorno y tienen una tendencia a imponer una estructura a un campo estimular cuando esta no es clara.

### **Logro de aprendizaje**

Para abordar el logro de aprendizaje en matemáticas es necesario preguntarnos: ¿Qué es el logro? ¿Cómo se relacionan el logro y el aprendizaje? y, posteriormente, ¿cómo se da este en las matemáticas de forma particular?

Para empezar a contestar la primera pregunta, de forma sencilla podemos definir el logro como alcanzar algo. Según la DRAE (2001), este vocablo pro-

viene de la palabra “lograr” (del lat. *lucrāri*, ganar) y significa “... conseguir o alcanzar lo que se intenta o desea”. Quizás la palabra sola se sesga a la obtención de aquello que se ha venido intentando; sin embargo, se reconoce que el logro encierra una serie de rasgos actitudinales y emocionales propios de cada individuo. Estos atributos han sido estudiados ampliamente, pero es necesario hacer hincapié en que esta investigación se centra exclusivamente en la dimensión estrictamente académica del logro educativo.

En este sentido, podemos observar que de acuerdo con los Lineamientos Curriculares proporcionados por el MEN, el logro se considera como lo que se desea potenciar y alcanzar con la acción educativa. Los logros expresan lo que la escuela pretende promover en cada una de las dimensiones del ser humano y desde las diferentes áreas del saber. Es decir, que su alcance no ocurre de modo accidental u ocasional, puesto que la acción pedagógica supone la generación intencional de ambientes de aprendizaje acordes con los propósitos trazados. Así, para el MEN (1998), el logro es “aquello que se espera obtener durante los procesos de formación del educando, es decir, algo previsto, esperado y buscado [...] hacia lo cual se orienta la acción pedagógica”.

El logro en el contexto educativo, desde la concepción desarrollada por Hederich y Camargo (2000), es “una categoría que intenta compendiar todo aquello que un estudiante alcanza como resultado directo de su exposición a un sistema educativo”.

Desde estas perspectivas, al enfocarnos en el segundo interrogante, el logro y el aprendizaje se relacionan en el campo educativo en la medida en que el primero se materializa en los alcances deseables o en un resultado esperado que tiene un individuo después de enfrentarse a una experiencia que le permita confrontar la adquisición de un conocimiento. Este resultado esperado se convierte en un indicador clave de desempeño, cuando se desea hacer un seguimiento al nivel del logro de aprendizaje (Jurado, 2000).

Por tanto, el nivel de logro en el aprendizaje es un indicador del logro educativo, medido a través de las notas obtenidas por el estudiante, asignadas por el profesor o a través de pruebas objetivas de logro, iguales para todos los estudiantes, en las que las características del profesor afectan de manera significativa a los estudiantes en un determinado escenario educativo (Tejedor y Caride, 1998; Ávila, 1999, citados por Pinzón y Hederich, 2008).

A partir de esta premisa, el logro de aprendizaje en el área de matemáticas se alcanza cuando se pueden desbloquear muchos obstáculos que los estudiantes adquieren en su entorno sociocultural y escolar. Miguel de Guzmán (2007), citado por Santaolalla (2009), uno de los grandes matemáticos del siglo XX, en su interés por mejorar la educación matemática, señalaba que “es necesario romper, con todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, proveniente con probabilidad de bloqueos iniciales en la niñez de muchos, de que la matemática es necesariamente aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil”.

Efectivamente, es evidente que el nivel del logro de aprendizaje está relacionado con los procesos desarrollados dentro del aula, fuera de ella o en un ambiente basado en la web. En este campo hay muchas investigaciones que llegan a la conclusión de que parece suficientemente probado que los estudiantes aprenden con más efectividad cuando se les enseña con sus estilos de aprendizaje predominantes.

Es importante resaltar que, en la investigación, el logro de aprendizaje en matemáticas se medirá a partir del promedio de las notas obtenidas por los estudiantes en las pruebas aplicadas en el ambiente virtual, puesto que el sistema de evaluación de la institución a la cual pertenece la población de estudio está orientado hacia la obtención de juicios valorativos cuantitativos medidos en una escala de cero a cinco. Sin embargo, en el diseño del ambiente virtual de aprendizaje (AVA) denominado ARvirtual está contemplado valorar los procedimientos y las estra-

tegias de aprendizaje usadas por el estudiante, puesto que la propuesta pedagógica del diseño constructivo está estructurada en el constructivismo.

### **Realidad aumentada**

De acuerdo con el *Diccionario de la Lengua Española*, el término “ubicuidad” proviene del latín *ubique*, que significa: en todas partes, y se ha asociado a la religión mediante el calificativo de omnipresencia: “Que está presente a un mismo tiempo en todas partes”. Este calificativo que inicialmente se le ha atribuido a la divinidad, ha saltado a la virtualidad con el propósito de convertirse en una característica esencial de diferentes objetos virtuales, que en esencia determinan el cómo se puede conectar todo lo que hay en el mundo a Internet, para proporcionar información acerca de cualquier cosa, en cualquier momento, en cualquier sitio (Mattern, Ortega y Lorés, 2001).

La computación ubicua busca analizar la interacción persona-computador (Human-Computer Interaction-HCI) mediante la propuesta de tres paradigmas: a) la informática sensible al contexto (Context-aware Computing), b) Los dispositivos aumentados por computador y c) la interacción situada (Situated Interaction). Este último intenta hacer la conexión con el entorno del sistema a nivel de aplicación, y es aquí donde se puede ubicar a la RA.

La realidad aumentada (RA) se basa en la observación del mundo real aumentado con información adicional generada por un ordenador, y en la interacción que compone la información sintética generada por un computador con imágenes obtenidas del mundo real. Este paradigma está soportado por tres pilares que la caracterizan como otro tipo de mediaciones en la computación ubicua (Azuma *et al.*, 2001). El primero se refiere a la combinación de objetos reales y virtuales en un entorno real; es decir, que la imagen resultante debe ser el efecto de una captura de la realidad a la que se le superpone, al menos, un objeto virtual. El segundo propone que la

combinación ha de realizarse en tiempo real, y, por último, debe alinear y componer objetos virtuales con la realidad en 3D, significando que el resultado puede que sea una imagen bidimensional, pero la alineación y composición de los elementos virtuales deben hacerse con base en un mundo tridimensional.

La RA se ha constituido en el paradigma de interacción que se encuentra fundamentado en la idea de componer una visualización en tiempo real que combina el mundo físico con objetos digitales representados computacionalmente, y que ofrece además altos niveles de interacción natural, debido a que las técnicas de visión por computador que utiliza permiten detectar interacciones simples por parte del usuario. Teniendo en cuenta el fenómeno de la ubicuidad de la información digital, que cada vez se encuentra presente en más actividades cotidianas del ser humano, podemos percibir que los límites entre el mundo físico y los mundos virtuales son cada vez menos nítidos.

Se habla de realidad aumentada (AR, por su nombre en inglés “Augmented Reality”) cuando se presenta información virtual en el mundo real (Azuma *et al.*, 2001). En la AR, por ejemplo, puede observarse un objeto tridimensional generado por computador flotando en el aire frente a nuestros ojos. Con el uso de tecnologías de RA, la información digital puede ser presentada en el mundo real directamente al usuario, sin requerir su atención explícita en la pantalla de un dispositivo.

La AR adquiere presencia en el mundo informático y científico a principios de la década de los noventa, debido a los avances en las tecnologías basadas en ordenadores de procesamiento más rápido y eficiente, técnicas de renderizado de gráficos en tiempo real y el desarrollo de sistemas de seguimiento de posición y visión procesada por computador, que al combinarse dieron lugar al desarrollo de aplicaciones que superponen imágenes, modelos 3D, textos y demás elementos digitales sobre el video del mundo real que se captura a través de cámaras de video.

Como afirman Mattern, Ortega y Lorés (2001): “la realidad aumentada es un paradigma de interacción que trata de reducir las interacciones con el ordenador utilizando la información del entorno como una entrada implícita”. Con este paradigma, el usuario será capaz de interactuar con el mundo real, el cual aparece aumentado por la información sintética del ordenador. Con ello se consigue integrar los dos mundos (el real y el computacional), obteniendo como resultado una disminución importante del diseño de dispositivos de entrada para la interfaz, porque gracias a la visión procesada por computador, elementos que determinan la situación del usuario serán automáticamente reconocidos utilizando el conjunto de métodos de reconocimiento con los que cuentan estas tecnologías.

Con todo ello, podemos afirmar que con el paradigma de la AR se consigue asistir y mejorar la interacción entre los humanos y el mundo real. Permite la integración del uso del ordenador en la mayoría de las actividades de la vida cotidiana, posibilitando el acceso a usuarios diversos y no especializados, dado que los objetos de la vida cotidiana se convierten en verdaderos objetos interactivos.

Así, a diferencia de otros paradigmas de interacción, la AR permite al usuario permanecer en contacto con su contexto de manera que su concentración se encuentra en el mundo real, lo que supone que no existe aislamiento del contexto, refiriéndonos a este como mundo real aumentado. Al explotar las habilidades visuales y espaciales de los usuarios, la AR traslada información adicional al mundo real, en vez de introducir al usuario en un mundo virtual que existe dentro del ordenador. Se pueden utilizar métodos de sensorizado, reconocimiento de posición y de objetos usando la visión por ordenador. También podemos hacer más comprensible el mundo real para el ordenador con el uso, por ejemplo, de códigos de barras, imágenes preprogramadas, información proveída por GPS, etc.

Hay que resaltar que en la actualidad hay *software* comercial para el desarrollo de aplicaciones de

AR, a pesar de que esta tecnología se encuentra en una fase de implementación experimental. Sin embargo, muchas organizaciones han contribuido con el desarrollo de aplicaciones de interacción gratuitas basadas específicamente en el desarrollo de bibliotecas de *software*.

## Metodología

Este estudio cuantitativo tiene un alcance descriptivo correlacional, ya que busca establecer las características o los rasgos de unas variables particulares para luego analizar posibles relaciones entre ellas. En concordancia con lo anterior, las variables por analizar son el logro académico final (promedio de las notas obtenidas de cada actividad en el ambiente de aprendizaje denominado ARvirtual), que representa la variable dependiente; ambiente computacional con y sin actividades de RA, como variable independiente, y el estilo cognitivo en la dimensión dependencia-independencia de campo, con tres valores: 1) dependientes de campo, 2) intermedios y, 3) independientes de campo; que es la variable asociada.

El diseño escogido para ser aplicado en la investigación es cuasiexperimental, con dos grupos: uno experimental y otro de control con pretest y postest no equiparables. Los sujetos que participaron en este experimento fueron asignados aleatoriamente, y al interior de cada grupo se identificó su estilo cognitivo en la dimensión dependencia-independencia de campo, clasificados en sensibles, intermedios e independientes. Basado en la notación de Campbell y Stanley (1996), el diseño podría quedar descrito de la siguiente forma:

Experimental	O1	X	O2
Control	O3		O4

Los dos grupos tendrán la posibilidad de trabajar el tema funciones de varias variables en una plataforma gestora de contenidos bajo la modalidad *e-learning*. El grupo experimental trabajará sus

actividades con la mediación de la RA, mientras que el grupo de control lo hará en la plataforma sin el soporte de la RA.

Durante la investigación se emplearon varios instrumentos que permitieron evaluar cada uno de los objetivos propuestos en este trabajo, entre ellos, identificar los estilos cognitivos e interpretar el logro de aprendizaje antes y después de la experimentación con ARvirtual.

Inicialmente se aplicó a cada estudiante el test de figuras enmascaradas (Embedded Figures Test-EFT) (versión Sawa-Gotschalddt) para identificar el estilo cognitivo en la dimensión DIC, el cual hace referencia fundamentalmente a la “reestructuración de un campo perceptivo”. El EFT colectivo ha demostrado en numerosos estudios alta fiabilidad, gran estabilidad y consistencia interna, a través de coeficiente de alpha de Cronbach que oscila entre 0,91 y 0,97 (Hederich y Camargo, 1999), lo cual habla por sí solo de la fiabilidad del instrumento.

Se diseñaron y elaboraron dos ambientes computacionales llamados ARvirtual (con actividades basadas en el paradigma de la RA y sin ella) con el tema de construcción de funciones en varias variables, apoyados con un modelo pedagógico y diseño instruccional que permitiría evaluar qué efectos tenía este paradigma sobre el logro de aprendizaje. Para medir el logro de aprendizaje se realizaron siete e-actividades y una evaluación, las cuales correspondieron al 40 y 60 % de la valoración final respectivamente.

Cabe señalar que los dos ambientes diseñados son análogos en cuanto a su guión técnico, diferenciando únicamente en las e-actividades de RA, en donde la interacción con el paradigma para el grupo de control es sustituida por gráficas en movimiento que permiten la visualización del modelado por el método de trazas en tres dimensiones de funciones en varias variables. Para validar la consistencia interna de las pruebas, se desarrollaron pruebas de



fiabilidad, con el objetivo de evitar la instrumentalización, así como problemas de variables y sesgo por herramientas.

### Población y muestra

La población de esta investigación corresponde a un grupo de 83 estudiantes de Ingeniería Industrial de la Escuela Colombiana de Carreras Industriales (ECCI) que cursan la unidad de aprendizaje Cálculo Vectorial en tercer semestre. La conformación de los grupos experimental y de control se desarrolló de forma aleatoria, configurándose por género así: 26 hombres y 14 mujeres en el grupo de control, y 28 hombres y 15 mujeres en el grupo experimental, cuyas edades promedio son 25, 26 años, en un intervalo comprendido entre 18 a 45 años.

### Resultados y discusión

El estilo cognitivo, como se había mencionado, es una variable asociada que no se modifica durante la investigación por tratarse de un rasgo de la personalidad de cada individuo; a cada estudiante se le aplicó el test de figuras enmascaradas (EFT) para identificar su estilo cognitivo.

El puntaje promedio de la prueba EFT es de 30,08; DT = 8,177. Sobre un puntaje máximo de 50, el valor mínimo fue de 8 y el máximo de 46 puntos. Los estudiantes fueron agrupados en dependientes de campo, intermedios e independientes de campo. Esto se hizo definiendo terciles para el puntaje total en la prueba, de forma que se identifican tres rangos de puntajes: 1) estudiantes relativamente dependientes de campo (primer tercil); 2) estudiantes intermedios (segundo tercil); y 3) estudiantes relativamente independientes de campo (tercer tercil).

Para identificar cuál es el estado inicial del nivel de logro en el área de matemáticas antes de interactuar con la RA en ARvirtual, se procede a aplicar los respectivos instrumentos (pretest).

**Tabla 1**  
**Distribución de la DIC en los grupos experimental y de control**

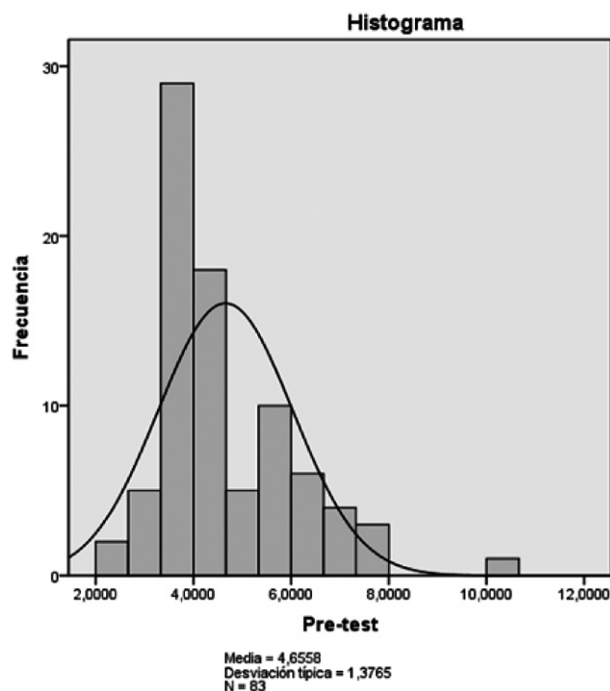
		Estilo			
		Sensible	Intermedio	Independiente	Total
Grupo	Control	8	20	12	40
	Experimental	4	27	12	43
Total		12	47	24	83

Inicialmente, se presenta el ponderado de la notas, en donde se observa que hay una media de 4,65; DT = 1,37. Sobre un puntaje máximo de 10, el mínimo es 2,44 y el máximo es 10; asimismo, se aprecia que las notas se encuentran concentradas entre 3,2 y 6,0 aproximadamente, mostrando que el desempeño académico de la población se encuentra en un nivel bajo. Adicionalmente, se puede inferir que la distribución de las notas no muestra una concentración significativa, por tanto, es prescindible evaluar su grado de normalidad a través de la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

En este análisis, la media del nivel de logro previo (pretest) de cada grupo (control/experimental) es más elevada en el grupo experimental (5,00; IC 95 %: 4,56-5,44) que en el grupo control (4,27; IC 95 %: 3,88-4,66). La diferencia puntual de estas dos medias es: 0,73; observándose un pequeño aumento en el grupo experimental; asimismo, los IC de las medias en ambos grupos se superponen en un rango muy corto (el que va desde 4,56 a 4,66). La apreciación anterior nos indica que los grupos no son equiparables; por tanto, es preciso analizar más adelante si el efecto del postest en los dos grupos es determinante en la variable logro de aprendizaje.

El análisis de correlación de Pearson, entre el estilo cognitivo en la dimensión DIC y el logro previo en matemáticas, muestra una correlación positiva media. Las variables mencionadas determinan la relación existente entre los intermedios e independientes,

**Figura 1. Histograma promedio, nota previa de matemáticas**



confirmando los supuestos de Witkin *et al.* (1977) y de Hederich y Camargo (1999), al encontrar que ellos se caracterizan por tener altos logros y actitudes positivas hacia la matemática. En síntesis, los datos confirman las conclusiones de varios investigadores sobre la relación que existe entre los estilos cognitivos y el aprendizaje de las matemáticas.

**Tabla 2**  
**Correlaciones de Pearson entre el estilo cognitivo y el logro previo (pretest)**

	Correlaciones	Pretest	EFT
Pretest	Correlación de Pearson	1	0,468**
	Sig. (bilateral)		0,015
	N	83	83
EFT	Correlación de Pearson	0,468**	1
	Sig. (bilateral)	0,015	
	N	83	83

\*\* La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Pasando ahora a verificar los resultados del posttest, es importante hacer hincapié en los contrastes, tanto en la *t* de Student como en el Anova, es que son muy exigentes sobre una serie de requisitos en la distribución de la variable cuantitativa que está evaluando; en concreto sobre dos aspectos: a) la variable cuantitativa debe distribuirse según la Ley Normal en cada uno de los grupos que se comparan (criterio de “normalidad”); y b) las varianzas de la distribución de la variable cuantitativa en las poblaciones de las que provienen los grupos que se comparan deben ser homogéneas (criterio de homocedasticidad) (Hair, Anderson, Tatham y Black, 1999). Al respecto, se consideraron las pruebas mencionadas, dando cumplimiento a los requisitos.

La comparación de medias en dos grupos independientes (prueba T) a través del test de Levene, el cual es 0,995, arrojó una significación estadística “p” igual a 0,322; pudiendo asumirse la homogeneidad de varianzas. Posteriormente, al evaluar la variabilidad —la intergrupos y la intragrupos— que representa la dispersión que no es explicada por el factor de agrupamiento (ambiente sin presencia de RA y ambiente con presencia de RA), y que sería explicable solo por el azar. En este caso, el contraste se hace por medio del estadístico F de Snedecor, que en nuestro caso toma un valor de 8,65 y tiene un valor “p” asociado de 0,004. Con esto se puede decir que las variables “ambiente con y sin presencia de realidad aumentada con el logro de aprendizaje” están relacionadas; o que se rechaza la hipótesis nula de que las medias son iguales en los diferentes grupos.

**Tabla 3**  
**Prueba de homogeneidad de varianzas**

Posttest			
Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
0,995	1	81	0,322

**Tabla 4**  
**Prueba Anova**

Postest					
	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Intergrupos	18,109	1	18,109	8,650	0,004
Intragrupos	169,571	81	2,093		
Total	187,680	82			

Como se mencionó, es necesario hacer un análisis de varianza por factores para determinar el efecto individual del factor variable independiente (ambiente con y sin presencia de la RA) sobre la variable dependiente (logro de aprendizaje “resultados del postest”), aislando el efecto que pudo generar la covariable (resultados del pretest), planteando una hipótesis nula por cada factor y sus posibles combinaciones.

Para finalizar, se aplicó la prueba poshoc con el objetivo de identificar en dónde se encuentran las diferencias que resultaron significativas mediante el estadístico F de la prueba Anova. Desde esta perspectiva, en este estudio es pertinente analizar en concreto cuál fue el efecto generado por la presencia de la RA respecto al logro de aprendizaje; por tanto, se aplicaron comparaciones múltiples en el grupo experimental para determinar la presencia del efecto. La prueba Anova permite identificar que el estadístico F toma un valor de 1,211 y tiene un valor “p” de 0,309 permitiendo asumir la igualdad de varianzas al interior del grupo experimental.

**Tabla 5**  
**Prueba Anova para el grupo experimental**

Postest					
	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Intergrupos	5,352	2	2,676	1,211	0,309
Intragrupos	88,379	40	2,209		
Total	93,731	42			

Las comparaciones múltiples arrojaron que los intermedios fueron quienes presentaron un mayor efecto diferenciado en cuanto al logro de aprendizaje sobre los sensibles y los independientes (diferencias de medias 1,238 y 0,1214 respectivamente), y, asimismo, los independientes sobre los sensibles (diferencia de medias 1,116), lo que confirma los supuestos de esta investigación.

### Conclusiones

Las siguientes conclusiones se establecen en relación con los objetivos de esta investigación y los resultados obtenidos.

A partir de los resultados obtenidos con la población objeto de estudio, donde se implementó el AVA ARvirtual para determinar si la mediación de la RA genera un efecto diferenciado en cuanto al logro de aprendizaje en matemáticas en estudiantes con estilo cognitivo en la dimensión DIC, se puede concluir que el uso del paradigma de la RA, implementado como estrategia de interacción natural con objetos digitales para el aprendizaje de funciones en distintas variables, permitió obtener mejores resultados de forma efectiva y significativa en cuanto al logro de aprendizaje en estudiantes que cursaron la unidad didáctica Cálculo Vectorial. Lo anterior se verificó en el análisis *a priori* de las diferencias de medias entre los grupos experimental y de control en el postest, observándose diferencia significativa, lo cual conduce a deducir que un grupo tuvo un ambiente favorable a sus preferencias, a pesar de que los contenidos fueran complejos y desafiantes.

Es necesario hacer énfasis en el hecho de que cada uno de los terciles del estilo cognitivo del grupo experimental obtuvo mejores puntuaciones sobre los del grupo control, probándose así la hipótesis de investigación. Al respecto, varias investigaciones han destacado que los sujetos independientes de campo poseen mejores habilidades visoespaciales y

**Tabla 6**  
**Comparaciones múltiples en la variable asociada (DIC)**

Postest						
DMS						
(I) Estilo	(J) Estilo	Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Lím. inferior	Lím. superior
Sensible	Intermedio	-1,2380093	0,7963658	0,128	-2,847525	0,371506
	Independiente	-1,1165417	0,8581891	0,201	-2,851007	0,617923
Intermedio	Sensible	1,2380093	0,7963658	0,128	-0,371506	2,847525
	Independiente	0,1214676	0,5157075	0,815	-0,920816	1,163751
Independiente	Sensible	1,1165417	0,8581891	0,201	-0,617923	2,851007
	Intermedio	-0,1214676	0,5157075	0,815	-1,163751	0,920816

de reestructuración perceptiva que los dependientes (Witkin y Goodenough, 1981), y esto se pone de manifiesto en los resultados obtenidos. Sin embargo, se le atribuye al tratamiento aplicado con la RA que los sujetos dependientes e intermedios hayan logrado obtener mejores puntuaciones frente a las obtenidas por la misma tipología de estilo en el grupo de control; por tanto, este tipo de objetos virtuales de aprendizaje se constituyen en herramientas de uso acordes con las necesidades de los dependientes de campo en especial.

Al respecto, conviene decir que los sujetos caracterizados como intermedios en el grupo de control fueron quienes se vieron más favorecidos por el tratamiento con la RA, al obtener más alto puntaje en el postest. Este fenómeno es explicable desde dos perspectivas; la primera supone que la prueba EFT, al centrarse en la capacidad de reestructuración perceptual, no se constituye en el mejor indicador de la dimensión para medirla según Witkin y Goodenough (1981). La segunda, basada en los hallazgos de esta investigación, concilia el hecho de que la RA aminora las diferencias individuales en la dimensión independencia-dependencia de campo y se ajusta a las necesidades de los dependientes, puesto que el tercil 2 conformado para el grupo experimental en la tipología intermedio tiende más hacia los

sensibles que a los independientes. Sin embargo, esta propuesta debería validarse mediante la aplicación de un indicador para la dimensión DIC que contraste la prueba EFT.

Pasando a la identificación y caracterización de los factores asociados al nivel de logro en el aprendizaje de matemáticas en estudiantes de tercer semestre en la ECCL, se concluye que hay dos categorías que agrupan los factores. La primera categoría está compuesta por factores que guardan algún nivel de asociación, destacándose el estilo cognitivo como un factor predominante, puesto que las correlaciones halladas entre el EFT, el logro previo y el logro final muestran magnitudes significativas y positivas. Este factor puede considerarse como difícilmente modificable, dado que el estilo cognitivo es un rasgo característico de la personalidad, y en el campo de las matemáticas expone propiamente una tendencia sistemática a elaborar, contrastar y organizar la información cuando los individuos se enfrentan a la solución de un problema (Corno y Mandinach, 1983; Zimmerman y Martínez-Pons, 1988; Pintrich, De Groot y García, 1992). Los conceptos previos son otro factor que pertenece a esta categoría, cuyo dominio por parte de los estudiantes permite avanzar en niveles de competencia necesarios para solucionar problemas e interpretar situaciones en diversos contextos,

siempre que los conceptos adquiridos se puedan recuperar. El análisis de correlaciones en este aspecto reveló saturaciones superiores entre el logro previo y el logro final, indicando su grado de asociación.

Respecto a la segunda categoría, se concluye que a esta pertenecen los factores que manejan una relación de causalidad, identificándose principalmente la planificación como estrategia para desarrollar una tarea. Particularmente, se identificó que este factor modifica el logro de aprendizaje, basándonos principalmente en los hallazgos de las actividades declarativas, cuyos resultados fueron altos para aquellos estudiantes que establecieron una estrategia concreta respecto a quienes no lo hicieron. Cabe resaltar que este factor es denominado autorregulación (Zimmerman, 1986; Zimmerman y Martínez-Pons, 1990; Pintrich, 1995), y actualmente se ha evaluado su grado de asociación con el logro de aprendizaje mediante el test de autorreporte MSLQ (Motivated strategies for learning questionnaire) (Pintrich *et al.*, 1991).

Pasando al campo del aprendizaje, no puede afirmarse que la interfaz de RA propuesta en ARvirtual, por sí sola, conduzca al perfeccionamiento de la actividad educativa, pero un elemento que podemos

concluir del proceso investigativo documentado aquí apunta a la importancia de identificar las diferencias individuales cuando se diseña una propuesta educativa especialmente basada en la web, brindando condiciones que beneficien en lo máximo a unos y otros estudiantes, libremente de sus características cognitivas y de personalidad.

En general, se concluye que es significativo diseñar ambientes virtuales de aprendizaje que examinen las características individuales y que se adecuen en el mayor grado posible a las particularidades de comportamiento de los estudiantes, beneficiando a aquellos que por su estilo cognitivo y rasgos de personalidad tienden a presentar bajo desempeño académico y dificultades de adaptación a entornos educativos basados en la web. Esta propuesta se fundamenta en el concepto de “movilidad funcional” planteado por Witkin y Goodenough (1981). De acuerdo con lo anterior, cada estilo debe fortalecerse en las diferencias del otro, para superar sus debilidades. Quizás es pertinente decir que en los trabajos pedagógicos se debe conceptualizar alrededor de la consideración del alumno como un individuo con sus correspondientes particularidades (Pinzón y Hederich, 2008).

## Referencias

- Azuma, R., Baillot, Y., Behringer, R., Feiner, S., Julier, S. y MacIntyre, B. (2001). Recent advances in augmented reality. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 21(6), 34-47. Recuperado el 20 de enero de 2014 de: <http://www.cs.unc.edu/~azuma/cga2001.pdf>
- Campbell, D. y Stanley, J. (1996). *Diseños experimentales en investigación social*. Buenos Aires: Amorrortu Editores.
- Corno, L. y Mandinach, E. B. (1983). The role of cognitive engagement in classroom learning and motivation. *Educational Psychologist*, 18, 88-108.
- De Guzmán, M. (1997). *El rincón de la pizarra: ensayos de visualización en análisis matemático: elementos básicos del análisis*. Madrid: Pirámide.
- De la Torre, J., Martín, N., Saorín, J., Carbonell, C. y Contero, M. (2013). Entorno de aprendizaje ubicuo con realidad aumentada y tabletas para estimular la comprensión del espacio tridimensional. *RED. Revista de Educación a Distancia*, 37, 1-17.

- DRAE (2001). Diccionario de la Real Academia Española. Recuperado el 15 de enero de 2014 de: <http://www.rae.es/recursos/diccionarios/drae>
- Flores, M. (1999). Paradojas matemáticas para la formación de profesores. *Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 31, 27-35. Recuperado el 15 de enero de 2014 de: <http://www.ugr.es/~pflores/textos/CLASES/CAP/APRENDI.pdf>
- Hair, J., Anderson, R., Tatham, R. y Black, W. (1999). *Análisis Multivariante*. Madrid: Prentice Hall.
- Hederich, C. (2007). *Estilo cognitivo en la dimensión de dependencia-independencia de campo. Influencias culturales e implicaciones para la educación*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. Colección Tesis Doctorales.
- Hederich, C. y Camargo, Á. (1999). *Estilos cognitivos en Colombia. Resultados en cinco regiones culturales*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional-Colciencias.
- Hederich, C. y Camargo, Á. (2000). Estilo cognitivo y logro educativo en la ciudad de Bogotá. Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado el 10 de enero de 2014 de: [http://www.pedagogica.edu.co/storage/rce/articulos/40-41\\_14infor.pdf](http://www.pedagogica.edu.co/storage/rce/articulos/40-41_14infor.pdf)
- Hidalgo, S., Maroto, A. y Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación*, 334, 75-95. Recuperado el 10 de enero de 2014 de: [www.revistaeducacion.educacion.es/re334/re334\\_06.pdf](http://www.revistaeducacion.educacion.es/re334/re334_06.pdf)
- Jurado, F. (2000). *El lenguaje y la literatura en la educación básica y media: competencias y desempeños en la búsqueda del asombro de los niños y los jóvenes de hoy*. Obtenido de competencias y proyecto pedagógico. Bogotá: Universidad Nacional.
- Mattern, F., Ortega, M. y Lorés, J. (2001). Computación ubicua, la tendencia hacia la informatización y conexión en red de todas las cosas. *Novotica*, 2 (153), 12-15. Recuperado el 10 de enero de 2014 de: <http://www.lsi.us.es/~ortega/domotica/novaticaUbicua2.pdf>
- MEN (1998). *Lineamientos curriculares en Matemáticas*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Pintrich, P. (1995). Understanding self-regulated learning. En Menges, R. J. y Svinicki, M. D. (eds.). *Understanding self-regulated learning, New Directions for teaching and learning* (pp. 3-12). San Francisco, CA: Jossey-Bass Publishers.
- Pintrich, P., De Groot, E. y García, T. (1992). *Student Motivation and Self-Regulated Learning in Different Classroom Contexts*. Trabajo presentado en el Congreso Internacional de Psicología Científica. Bruselas.
- Pinzón, J. y Hederich, C. (2008). Caracterización de algunos factores asociados al nivel de logro en la educación virtual. *Umbral Científico*, 13, 141-159. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=30420469014>
- Salcedo, A. (2010). Deserción universitaria en Colombia. *Academia y Virtualidad*, 3 (1), 60-60. Recuperado el 10 de enero de 2014 de: [http://www.alfaguia.org/alfaguia/files/1319043663\\_03.pdf](http://www.alfaguia.org/alfaguia/files/1319043663_03.pdf)

- Santaolalla, E. (2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Revista Estilos de aprendizaje*, 4 (4), 56-69. Recuperado el 15 de enero de 2014 de: [http://www.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero\\_4/Artigos/lsr\\_4\\_articulo\\_4.pdf](http://www.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero_4/Artigos/lsr_4_articulo_4.pdf)
- Villaveces, J. (2008). *Las competencias matemáticas genéricas de los egresados de la educación superior*. Recuperado el 15 de enero de 2014 de: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-189357\\_archivo\\_pdf\\_matematica\\_1C.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-189357_archivo_pdf_matematica_1C.pdf)
- Witkin, H. A. y Asch, S. E. (1948). Studies in space orientation: IV. Further experiments perception of the upright with displaced visual fields. *Journal of Experimental Psychology*, 38, 762-782.
- Witkin, H. et al. (1954). *Personality through perception*. New York: Hapon.
- Witkin, H. y Goodenough, D. (1981). *Cognitive styles, essence and origins: Field dependence and field independence*. New York: International Universities Press.
- Witkin, H., Goodenough, D. y Oltman, P. (1979). Psychological differentiation: Current status. *Journal of Personality and Social Psychology*, 37 (7), 1127-1145.
- Zimmerman, B. J. (1986). Development of self-regulated learning: Which are the key sub-processes? *Contemporary Educational Psychology*, 16, 307-313.
- Zimmerman, B. J. y Martínez-Pons, M. (1988). Construct validation of a strategy model of student self-regulated learning. *Journal of Educational Psychology*, 80, 284-290.

